

文章编号: 1000-7598 (2011) 04-1113-07

层状非饱和土地基的轴对称稳态动力响应

徐明江¹, 魏德敏², 何春保³

(1. 广州市建筑科学研究院有限公司, 广州 510440; 2. 华南理工大学 土木与交通学院, 广州 510640;
3. 华南农业大学 水利与土木工程学院, 广州 510642)

摘 要: 考虑土颗粒、孔隙流体的压缩性及各相物质间的黏性、惯性耦合作用, 采用理论上更加严谨的饱和度本构关系式, 建立了非饱和土的动力控制方程。该组方程与饱和土的经典 Biot 波动方程完全兼容, 因此, 具有更广泛的适用性。通过引入一组状态向量, 在圆柱坐标系下将非饱和土满足的波动方程转化为状态方程组, 利用 Hankel 变换, 求解状态方程组, 得到了传递矩阵。结合边界条件及层间接触连续条件, 求解了层状非饱和地基的稳态动力响应问题。数值算例表明: 土层对地表动位移的影响主要集中在临界深度范围内; 软硬土层的相对次序对地表动位移幅值有显著影响; 饱和度增大会引起土的物理参数发生相应的改变, 尤其是动剪切模量通常降幅较大, 而动剪切模量是决定位移幅值的关键因素, 最终的结果是导致地表动位移幅值明显增大。

关 键 词: 非饱和土; 动力响应; 波动方程; 积分变换; 传递矩阵

中图分类号: TU 435

文献标识码: A

Axisymmetric steady state dynamic response of layered unsaturated soils

XU Ming-jiang¹, WEI De-min², HE Chun-bao³

(1. Guangzhou Institute of Building Science Co. Ltd., Guangzhou 510440, China;

2. School of Civil Engineering and Transportation, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China;

3. College of Water Conservancy and Civil Engineering, South China Agricultural University, Guangzhou 510642, China)

Abstract: Considering compression of solid grain and pore fluids, viscous-coupling interactions and inertial force of fluids, the dynamic governing equations for unsaturated soils are established by adopting an exact constitutive formula of saturation. These equations are highly versatile and completely compatible with Biot's wave equations for the special case of fully saturated soils. The governing equations in cylindrical coordinates are firstly transformed into a group of state differential equations by introducing the state vector. Then the transfer matrix for layered media is derived by means of a Hankel transform. Using the transfer matrix followed by boundary and continuity conditions, solutions of steady state dynamic response for multilayer unsaturated soils are obtained. Numerical examples show that the displacement of the ground surface is mainly affected by stratum within critical depth. The relative position of soft and hard strata has a significant influence on displacement. The displacement of the ground surface increases with saturation degree since dynamic shear modulus will decrease distinctly for most soils, which is the key factor to determine displacement amplitude.

Key words: unsaturated soils; dynamic response; wave equations; integral transform; transfer matrix

1 引 言

地基的动力响应分析在抗震工程、路基工程、动力机器基础等领域有着广泛的应用。自从 Biot^[1-2]提出了饱和多孔介质的波动方程以来, 诸多学者基于 Biot 理论研究了饱和土体中的各种动力问题^[3-4]。考虑到天然土体形成过程中的历史沉积

作用, 一些学者^[5-6]还研究了横观各向同性和层状饱和地基的动力响应问题。

非饱和土在自然界广泛分布, 不过关于非饱和土的动力问题研究目前还远未成熟。在非饱和土的动力模型中, 应用较多的是等效流体模型^[7-8]。该模型假定水和气可视为单一的均匀混合流体, 气、液之间没有相对位移, 且没有毛细压力的存在。显

收稿日期: 2009-12-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 10272046)。

第一作者简介: 徐明江, 男, 1976 年生, 博士, 高级工程师, 从事地基基础振动理论与测试技术等方面的研究工作。E-mail: mju0411@163.com

然, 该模型只有在高饱和度条件下才能近似成立, 本质上仍属双相介质模型。黄义等^[9]基于混合物理论, 提出了非饱和土中的波动方程。由于计算过程非常繁杂, 一些参数无明确物理意义或不便通过试验获得, 从而限制了其应用。蔡袁强等^[10]利用连续介质理论, 考虑了毛细压力的影响, 提出了不混溶流体饱和和多孔介质的全频域波动方程, 不过这些方程并不能顺利地退化到饱和土的经典 Biot 波动方程。非饱和土中波的传播特性已有较多的研究^[10-11], 而对于在外力作用下非饱和土层的动力响应问题则研究极少。本文首先建立了改进的非饱和土实用波动方程, 方程的求解利用了 Hankel 变换技术和矩阵传递法, 结合给定的边界条件, 最后得到了圆柱坐标系下层状非饱和地基的稳态动力响应问题的解答。

2 非饱和土中的动力控制方程

假设土体具有统计各向同性且均匀, 孔隙之间相互连通, 孔隙流体的流动服从广义 Darcy 定律, 不计温度影响, 土体处于初始平衡状态, 在小变形条件下, 非饱和土的动力控制方程可由如下的运动方程、连续性方程和物性方程 (本构方程) 得到。

2.1 运动方程

根据动量守恒, 土体的运动方程可写为

$$\sigma_{ij,j} = \bar{\rho}_s \ddot{u}_i + \bar{\rho}_l \ddot{u}_i^l + \bar{\rho}_g \ddot{u}_i^g \quad (1)$$

式中: σ 为总应力 (压应力取负值); $\ddot{u}$ 、 $\ddot{u}^l$ 、 $\ddot{u}^g$ 分别为固、液、气相的加速度, 下标 i 表示在 i 方向上的分量, 下同; $\bar{\rho}_s = (1-n)\rho_s$ 、 $\bar{\rho}_l = nS_r\rho_l$ 、 $\bar{\rho}_g = n(1-S_r)\rho_g$ 分别为固、液、气相的相对密度, n 为孔隙率, S_r 为饱和度, ρ_s 、 ρ_l 、 ρ_g 分别为固、液、气相的密度。

研究表明^[12], Darcy 定律同样适用于饱和度适中时 (约 30%~90%) 非饱和多孔介质中流体的流动。根据广义 Darcy 定律, 孔隙流体 (水和气体) 的渗流运动方程可写为

$$\left. \begin{aligned} nS_r(\dot{u}_i^l - \dot{u}_i) &= \frac{k'_l}{\eta_l}(-p_{,i}^l - \rho_l \dot{u}_i^l) \\ n(1-S_r)(\dot{u}_i^g - \dot{u}_i) &= \frac{k'_g}{\eta_g}(-p_{,i}^g - \rho_g \dot{u}_i^g) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: $\dot{u}$ 、 $\dot{u}^l$ 、 $\dot{u}^g$ 分别为固、液、气相的速度; p^l 、 p^g 分别为孔隙水和气体所承受的压力增量; η_l 、 η_g 分别为孔隙水与气体的黏性系数, 考虑高频影响时, 可按文献[2]中列出的公式进行修正; k'_l 、 k'_g 分别为孔隙水与气体的渗透率。

这里, 渗透率表达式采用渗流力学中的 B-C 关系式^[13]

$$k'_l = \kappa S_e^{\frac{2+3g}{g}}, \quad k'_g = \kappa(1-S_e)^2(1-S_e^{\frac{2+g}{g}}) \quad (3)$$

式中: κ 为多孔介质固有渗透率; g 为多孔介质尺寸分布参数, 对于一般土及多孔岩石可取 2^[13]; 有效饱和度 $S_e = (S_r - S_{w0})/(1 - S_{a0})$, S_{w0} 为湿润流体束缚饱和度, S_{a0} 为非湿润流体残余饱和度。另外, 渗透率与渗透系数有如下关系^[12]:

$$k_l = \frac{\rho_l g k'_l}{\eta_l}, \quad k_g = \frac{\rho_g g k'_g}{\eta_g} \quad (4)$$

式中: k_l 、 k_g 为孔隙水与气体的渗透系数。

2.2 本构方程

本文采用广泛应用的 Bishop 非饱和土有效应力公式

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} + \delta_{ij} p, \quad p = \gamma p^l + (1-\gamma)p^g \quad (5)$$

式中: σ' 为有效应力; p 为等效孔隙压力; δ 为单位张量; γ 为有效应力参数, 与含水率等因素有关。

考虑土颗粒由于孔隙流体压力的作用所产生的变形时, 由弹性理论, 非饱和土的应力-应变关系可表达为

$$\sigma_{ij} = \lambda e \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} - \delta_{ij} a p \quad (6)$$

式中: λ 、 μ 为 Lamé 系数, 与泊松比的关系为 $\nu = \lambda/[2(\lambda + \mu)]$; ε 为土骨架应变; e 为土骨架的体积应变; $a = 1 - K_b/K_s$, 其中, K_b 为土骨架的体积压缩模量, K_s 为土颗粒的体积压缩模量。

2.3 连续性方程

蔡袁强等^[10]曾给出了非饱和土的连续性方程, 推导中利用了毛细压力函数建立关于饱和度的本构关系。本文从饱和度的定义 $S_r = V_l/(V_l + V_g)$ 出发 (其中, V_l 、 V_g 分别为土中水、气的体积), 得到了理论上严格成立的饱和度本构关系式

$$\frac{dS_r}{dt} = S_r(1-S_r)(\nabla \cdot \dot{u}^l - \nabla \cdot \dot{u}^g) \quad (7)$$

式中: ∇ 为汉密尔顿算子。

按照文献[10]相同的方法, 可得到非饱和土满足的渗流连续性方程

$$\left. \begin{aligned} -\frac{dp^l}{dt} &= a_{11} \nabla \cdot \dot{u} + a_{12} \nabla \cdot \dot{u}^l + a_{13} \nabla \cdot \dot{u}^g \\ -\frac{dp^g}{dt} &= a_{21} \nabla \cdot \dot{u} + a_{22} \nabla \cdot \dot{u}^l + a_{23} \nabla \cdot \dot{u}^g \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\text{式中: } a_{11} = \frac{A_{22}A_{13} - A_{12}A_{23}}{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}}, \quad a_{12} = \frac{A_{22}A_{14} - A_{12}A_{24}}{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}}$$

$$\begin{aligned}
a_{13} &= \frac{A_{22}A_{15} - A_{12}A_{25}}{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}}, \quad a_{21} = \frac{A_{11}A_{23} - A_{21}A_{13}}{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}}, \\
a_{22} &= \frac{A_{11}A_{24} - A_{21}A_{14}}{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}}, \quad a_{23} = \frac{A_{11}A_{25} - A_{21}A_{15}}{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}}, \\
A_{11} &= \frac{\gamma}{K_s}(a-n) + \frac{n}{K_l}, \quad A_{12} = \frac{1-\gamma}{K_s}(a-n), \\
A_{13} &= A_{23} = a-n, \quad A_{14} = n(2-S_r), \\
A_{15} &= -n(1-S_r), \quad A_{21} = \frac{\gamma}{K_s}(a-n), \\
A_{22} &= \frac{1-\gamma}{K_s}(a-n) + \frac{n}{P^a}, \quad A_{24} = -nS_r, \quad A_{25} = n(1+S_r),
\end{aligned}$$

K_l 、 P^a 分别为水和空气的体积压缩模量。

式(1)、(2)、(6)、(8)便构成了非饱和土的动力控制方程。不难发现, 当取 $S_r=1$ (这时 $\gamma=1$), 同时取 $\rho_g=0$, 则上述方程组可以完全退化到饱和土的经典 Biot 波动方程。

3 方程的求解

在简谐振动中, 所有变量都可表示为 $f = \tilde{f}e^{i\omega t}$ 的形式, 其中 $\tilde{f}$ 表示变量 f 的幅值 (加 $\sim$ 表示该变量的幅值, 下同), ω 为圆频率。则由式(2)有

$$\tilde{\mathbf{u}} = \frac{i\omega b^l \tilde{\mathbf{u}} - \nabla \tilde{p}^l}{i\omega b^l - \omega^2 \rho_l}, \quad \tilde{\mathbf{u}}^g = \frac{i\omega b^g \tilde{\mathbf{u}} - \nabla \tilde{p}^g}{i\omega b^g - \omega^2 \rho_g} \quad (9)$$

式中: $\mathbf{u}$ 、 $\mathbf{u}^l$ 、 $\mathbf{u}^g$ 分别为固、液、气相的位移, $b^l = \frac{nS_r\eta_l}{k_l}$, $b^g = \frac{n(1-S_r)\eta_g}{k_g}$ 。

设 u_r 、 u_z 分别表示 $\mathbf{u}$ 在径向和竖向的位移分量, 对于轴对称问题, 由式(5)、(6)有

$$\frac{\partial \tilde{u}_r}{\partial z} = \frac{1}{\mu} \tilde{\tau}_{zr} - \frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial r} \quad (10)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial z} = -b_1 \frac{\partial \tilde{u}_r}{\partial r} - b_1 \frac{\tilde{u}_r}{r} + b_2 \tilde{p}^l + b_3 \tilde{p}^g + b_4 \tilde{\sigma}_z \quad (11)$$

式中: $b_1 = \frac{\lambda}{\lambda+2\mu}$, $b_2 = \frac{a\gamma}{\lambda+2\mu}$, $b_3 = \frac{a(1-\gamma)}{\lambda+2\mu}$, $b_4 = \frac{1}{\lambda+2\mu}$ 。

由式(1)、(6)和式(9)可得

$$\left. \begin{aligned}
&(\lambda+2\mu) \left(\frac{\partial^2 \tilde{u}_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{u}_r}{\partial r} - \frac{\tilde{u}_r}{r^2} \right) + b_5 \tilde{u}_r + \lambda \frac{\partial^2 \tilde{u}_z}{\partial r \partial z} + \\
&\frac{\partial \tilde{\tau}_{zr}}{\partial z} - b_6 \frac{\partial \tilde{p}^l}{\partial r} - b_7 \frac{\partial \tilde{p}^g}{\partial r} = 0 \\
&\frac{\partial \tilde{\tau}_{zr}}{\partial r} + \frac{\tilde{\tau}_{zr}}{r} + \frac{\partial \tilde{\sigma}_z}{\partial z} + b_5 \tilde{u}_z - b_8 \frac{\partial \tilde{p}^l}{\partial z} - b_9 \frac{\partial \tilde{p}^g}{\partial z} = 0
\end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\text{式中: } b_5 = \omega^2 \bar{\rho}_s + \frac{i\omega^3 b^g \bar{\rho}_g}{i\omega b^g - \omega^2 \rho_g} + \frac{i\omega^3 b^l \bar{\rho}_l}{i\omega b^l - \omega^2 \rho_l},$$

$$b_6 = a\gamma + b_8, \quad b_7 = a(1-\gamma) + b_9, \quad b_8 = \frac{\omega^2 \bar{\rho}_l}{i\omega b^l - \omega^2 \rho_l},$$

$$b_9 = \frac{\omega^2 \bar{\rho}_g}{i\omega b^g - \omega^2 \rho_g}。$$

将式(9)两边取散度后代入式(8), 得

$$\left. \begin{aligned}
&\nabla^2 \tilde{p}^l - b_{11} \tilde{p}^l - b_{12} \tilde{p}^g - b_{13} \nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}} = 0 \\
&\nabla^2 \tilde{p}^g - b_{21} \tilde{p}^l - b_{22} \tilde{p}^g - b_{23} \nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}} = 0
\end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中: $b_{11} = a_{31}(i\omega b^l - \omega^2 \rho_l)$, $b_{12} = a_{32}(i\omega b^l - \omega^2 \rho_l)$, $b_{13} = i\omega b^l + a_{33}(i\omega b^l - \omega^2 \rho_l)$, $b_{21} = a_{41}(i\omega b^g - \omega^2 \rho_g)$, $b_{22} = a_{42}(i\omega b^g - \omega^2 \rho_g)$, $b_{23} = i\omega b^g + a_{43}(i\omega b^g - \omega^2 \rho_g)$,

$$a_{31} = \frac{A_{25}A_{11} - A_{15}A_{21}}{A_{14}A_{25} - A_{15}A_{24}}, \quad a_{32} = \frac{A_{25}A_{12} - A_{15}A_{22}}{A_{14}A_{25} - A_{15}A_{24}},$$

$$a_{33} = \frac{A_{25}A_{13} - A_{15}A_{23}}{A_{14}A_{25} - A_{15}A_{24}}, \quad a_{41} = \frac{A_{14}A_{21} - A_{24}A_{11}}{A_{14}A_{25} - A_{15}A_{24}},$$

$$a_{42} = \frac{A_{14}A_{22} - A_{24}A_{12}}{A_{14}A_{25} - A_{15}A_{24}}, \quad a_{43} = \frac{A_{14}A_{23} - A_{24}A_{13}}{A_{14}A_{25} - A_{15}A_{24}},$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}。$$

由式(11)、(12)和式(13)可得,

$$\left. \begin{aligned}
&\frac{\partial \tilde{\tau}_{zr}}{\partial z} = -[c_1(\nabla^2 - \frac{1}{r^2}) + b_5] \tilde{u}_r - b_1 \frac{\partial \tilde{\sigma}_z}{\partial r} + \\
&\quad c_2 \frac{\partial \tilde{p}^l}{\partial r} + c_3 \frac{\partial \tilde{p}^g}{\partial r} \\
&\frac{\partial \tilde{\sigma}_z}{\partial z} = b_8 \frac{\partial \tilde{p}^l}{\partial z} + b_9 \frac{\partial \tilde{p}^g}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{\tau}_{zr}}{\partial r} - \frac{\tilde{\tau}_{zr}}{r} - b_5 \tilde{u}_z \\
&\frac{\partial^2}{\partial z^2} \tilde{p}^l = (c_4 - \nabla^2) \tilde{p}^l + c_5 \tilde{p}^g + c_6 \frac{\partial \tilde{u}_r}{\partial r} + \\
&\quad c_6 \frac{\tilde{u}_r}{r} + c_7 \tilde{\sigma}_z \\
&\frac{\partial^2}{\partial z^2} \tilde{p}^g = c_8 \tilde{p}^l + (c_9 - \nabla^2) \tilde{p}^g + c_{10} \frac{\partial \tilde{u}_r}{\partial r} + \\
&\quad c_{10} \frac{\tilde{u}_r}{r} + c_{11} \tilde{\sigma}_z
\end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中: $c_1 = \lambda + 2\mu - \lambda b_1$, $c_2 = b_6 - \lambda b_2$, $c_3 = b_7 - \lambda b_3$, $c_4 = b_{11} + b_2 b_{13}$, $c_5 = b_{12} + b_3 b_{13}$, $c_6 = b_{13} - b_1 b_{13}$, $c_7 = b_4 b_{13}$, $c_8 = b_{21} + b_2 b_{23}$, $c_9 = b_{22} + b_3 b_{23}$, $c_{10} = b_{23} - b_1 b_{23}$, $c_{11} = b_4 b_{23}$ 。

对式(10)、(11)、(14)进行 Hankel 变换, 可得如下状态方程:

$$\frac{\partial}{\partial z} \bar{\mathbf{Y}} = \bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{Y}} \quad (15)$$

其中: $\mathbf{Y} = \left[\tilde{u}_r, \tilde{\sigma}_z, \tilde{p}^l, \tilde{p}^g, \tilde{u}_z, \tilde{\tau}_{rz}, \frac{\partial}{\partial z} \tilde{p}^l, \frac{\partial}{\partial z} \tilde{p}^g \right]^T$ 为引入的状态向量,

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \bar{\mathbf{A}}_1 \\ \bar{\mathbf{A}}_2 & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad \bar{\mathbf{A}}_1 = \begin{bmatrix} k & \frac{1}{\mu} & 0 & 0 \\ -b_5 & -k & b_8 & b_9 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{A}}_2 = \begin{bmatrix} -b_1 k & b_4 & b_2 & b_3 \\ c_1 k^2 - b_5 & b_1 k & -c_2 k & -c_3 k \\ c_6 k & c_7 & c_4 + k^2 & c_5 \\ c_{10} k & c_{11} & c_8 & c_9 + k^2 \end{bmatrix}$$

矩阵常微分方程式 (15) 的解为

$$\bar{\mathbf{Y}}(k, z) = \mathbf{T} \bar{\mathbf{Y}}(k, 0) \quad (16)$$

式中: 指数矩阵 $\mathbf{T} = \exp[\mathbf{z} \bar{\mathbf{A}}(k)]$ 即为传递矩阵, 给出了变换域内地基表面的状态向量与任意深度 z 处状态向量之间的关系。

4 非饱和土地基的动力响应

设在地基表面作用有竖向简谐荷载 q_z , 考虑地表排水、排气, 地基地面为不透水、不透气基岩, 层底深度为 H , 则有

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z|_{z=0} &= -q_z (0 \leq r \leq R), \quad \sigma_z|_{z=0} = 0 \quad (r > R) \\ \tau_{rz}|_{z=0} &= 0, \quad p^l|_{z=0} = p^g|_{z=0} = 0, \\ u_r|_{z=H} &= u_z|_{z=H} = 0, \\ \frac{\partial}{\partial z} p^l|_{z=H} &= \frac{\partial}{\partial z} p^g|_{z=H} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

设第 j 层土的厚度为 h_j , 各土层间完全接触, 满足以下连续条件:

$$\mathbf{Y}_j(r, h_j) = \mathbf{Y}_{j+1}(r, h_j) \quad (18)$$

对连续条件进行双重 Fourier 变换, 可得

$$\bar{\mathbf{Y}}_j(k, h_j) = \bar{\mathbf{Y}}_{j+1}(k, h_j) \quad (19)$$

由式 (16) 可得非饱和地基中任一土层 j 均存在如下的状态向量之间的传递关系:

$$\bar{\mathbf{Y}}_j(k, z) = \mathbf{T}_j \bar{\mathbf{Y}}_j(k, h_{j-1}) \quad (20)$$

利用式 (19)、(20) 逐层递推, 即可得多层地基表面状态向量和底面状态向量之间的传递关系:

$$\bar{\mathbf{Y}}_N(k, H) = \prod_{j=1}^N \mathbf{T}_j \bar{\mathbf{Y}}_1(k, 0) \quad (21)$$

上式的状态向量中, 地基表面和底面各有 4 个向量已知。由于引入了传递矩阵, 层间接触条件自动满足, 不出现中间向量。由边界条件式 (17), 式

(21) 可转化为求解简单的四元代数方程组问题, 从而求得地表另外 4 个未知状态向量, 进一步还可

得到地基内部任意点的位移和应力。

5 数值算例

作为本文解答的具体应用, 选取一组非饱和土地基模型作为算例, 土参数取值见表 1, 孔隙介质 (水和空气) 参数取值见表 2。设在地表一半径 $R = 1 \text{ m}$ 的圆形区域内作用有均布垂直简谐荷载, 激振频率 $\omega = 1 \text{ rad/s}$, 荷载幅值为 1 kPa 。

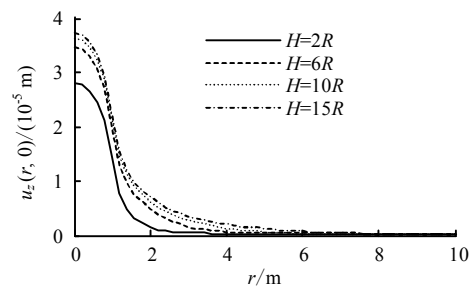
表 1 非饱和土介质物理性质

土层	Table 1 Physical properties of unsaturated soils						
	μ /MPa	ν	K_s /GPa	ρ_s /(g/cm ³)	κ /(10 ⁻⁴ cm ²)	n	S_r
I	19.4	0.2	36	2.70	0.054	0.60	0.40
II	38.8	0.2	36	2.65	1.300	0.27	0.33

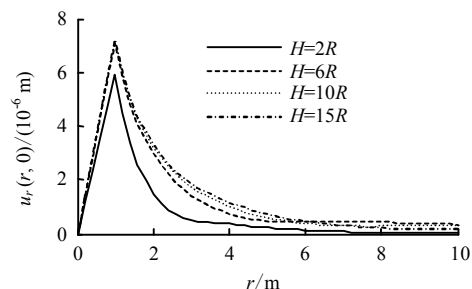
表 2 孔隙介质物理性质

Table 2 Physical properties of water and air					
ρ_l /(g/cm ³)	ρ_g /(g/cm ³)	K_l /GPa	P^s /kPa	η_l /(mPa·s)	η_g /(mPa·s)
1	1.29	2.1	100	1	0.015

图 1~3 均为单层地基 (土层 I), 图 1 给出了不同层厚时的竖向位移和径向位移幅值曲线。由图可知, 随着层厚的增加, 地表竖向位移和径向位移也随之增大。但是当土层达到一定厚度时 (10R), 地表位移随厚度增大非常有限, 即存在一临界厚度, 超过该厚度时, 土层对地表位移的影响可忽略。另外, 由于对称性, 径向位移在荷载作用中心为 0, 而在荷载作用区域的边缘附近达到最大值。



(a) 竖向位移



(b) 径向位移

图 1 单层地基层厚对地表位移幅值的影响

Fig.1 Influence of stratum depth on displacement amplitude of ground surface for single-layered soil

图2给出了饱和度对地表竖向位移幅值的影响,图中还计算了本文的解退化到饱和土时的情况,并与文献[14]进行了比较。当土处于饱和状态时,有关参数取值与文献[14]相同($k_1=1 \times 10^{-5}$ m/s,垂直集中荷载幅值为1 kN, $\omega=1$ rad/s,其他取值与土层 I 相同)。由上面的讨论可知,当土层厚度足够大时,可以认为这时的结果与半无限空间是一样的,为了便于对比,这里取 $H=30$ m。饱和度变化时通常会引起土的其他物理参数发生相应的改变,一般来说,对于具体的土类,需要通过试验加以确定其他参数受饱和度的影响情况,再按本文的方法进行分析。这里为了说明问题,仅考虑了受饱和度影响较大的3个最主要的量,即渗透率(按式(3)计算)、有效应力参数(取 $\gamma=S_r^{[15]}$)和动剪切模量^[16-17](具体取值见图中标注)。由图可以看出,当退化到完全饱和的情况时,本文的解与文献[14]很接近,说明了本文理论推导及计算的可靠性。同时可以看出,随着饱和度的增大,地表竖向位移幅值也随之增大。对此可解释为:当饱和度增加时,作用在土骨架上的有效应力减小(γ 增大),但同时土的剪切模量有较大幅度的降低,即土体变的更“软”,而且水相的渗透率大大增加,有利于孔隙压力的消散,几个因素综合作用的结果表现为地表变形增大,进一步的研究表明,在土的各类参数中剪切模量对地表位移的影响起了决定性的作用。

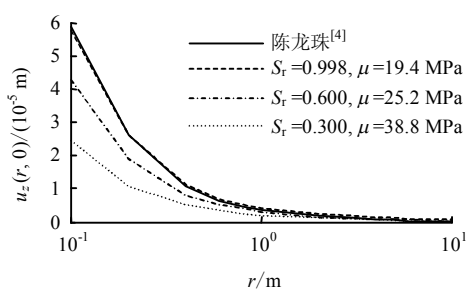


图2 饱和度对地表竖向位移幅值的影响
Fig.2 Influence of saturation degree on vertical displacement amplitude of ground surface

图3给出了激振频率对地表竖向位移幅值的影响,层厚 $H=6$ m。由图可知,竖向位移幅值随激振频率的升高而减小。但当频率达到一定值时,地表位移随距离并不是单调衰减,而是呈现一定的波动性,对此可解释为:振动波传至基岩后,经反射与沿地表传播的直达波发生干涉,使某些区域的振动得到加强,而另一些区域的振动被减弱,从而使位

移幅值沿地表呈波动变化,蔡袁强^[18]在研究层状饱和地基的稳态振动时也发现存在类似的情况。

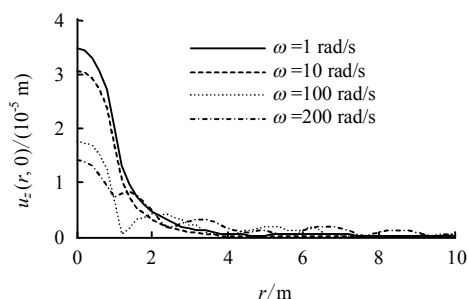


图3 激振频率对地表竖向位移幅值的影响
Fig.3 Influence of exciting frequency on vertical displacement amplitude of ground surface

图4给出了软、硬土层在地层中的相对次序对地表竖向位移幅值的影响,图中实线表示相对较软土层 I 在上,较硬土层 II 在下的情况(即上软下硬土层),虚线表示相对较硬土层 II 在上,较软土层 I 在下的情况(即上硬下软土层)。结果表明:软硬土层在地层中的次序对地表的位移幅值影响很大,较软土层处于地表时位移幅值要比较大硬土层处于地表时的位移幅值大,且位移随着距离而衰减的速度也更快,说明在上软下硬的地基中应力发生集中,而在上硬下软的地基中则发生应力分散。

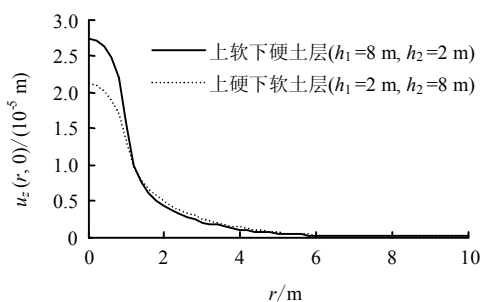


图4 软硬土层相对位置对地表竖向位移幅值的影响
Fig.4 Influence of relative position of soft and hard stratum on vertical displacement of ground surface

图5给出了双层地基(土层 I 在上,土层 II 在下, $h_1=8$ m, $h_2=2$ m)地表排水(气)条件对地表竖向位移幅值的影响。计算表明,地表不排水(气)时的竖向位移要比排水(气)条件下的位移小。这是由于地表不透水(气)时,地表附近的孔隙流体压力难以消散,使得作用在土骨架上的有效应力相对较小,从而地表的变形也较小的缘故。

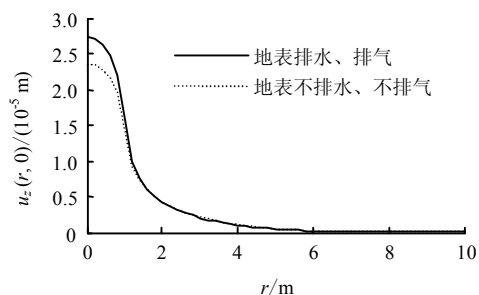


图5 地表透水、透气性对竖向位移幅值的影响

Fig.5 Influence of drainage conditions of ground surface on vertical displacement amplitude

6 结 论

(1) 在进行地基动力计算时, 可只考虑临界深度范围内土层对位移的影响。

(2) 软硬土层在地层中的相对次序对地表动位移有显著的影响, 工程中充分利用硬土层对应力的扩散作用, 有望节约成本。

(3) 饱和度的变化常引起土的工程性质的极大改变, 从而对土的动力特性产生重大的影响, 由于问题的复杂性, 完整地分析饱和度对地基动力响应的影响还需结合有关试验进行, 本文则提供了分析这些问题的一般方法。

(4) 与半无限空间地基不同, 在层状地基中, 由于波的来回反射使地表位移幅值随距离并不一定单调的衰减, 而是呈波动变化, 随着频率的升高, 这种波动性将更加明显。

参 考 文 献

- [1] BIOT M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid (I. low-frequency range)[J]. **Journal of the Acoustical Society of America**, 1956, 28(2): 168—178.
- [2] BIOT M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid (II. higher-frequency range)[J]. **Journal of the Acoustical Society of America**, 1956, 28(2): 179—191.
- [3] PHILIPACOPOULOS A J. Lamb's problem for fluid-saturated porous media[J]. **Bulletin of the Seismological Society of America**, 1988, 78(2): 908—923.
- [4] SENJUNTICHA T, RAJAPAKSE R K N D. Dynamic Green's functions of homogeneous poroelastic half-space[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, ASCE, 1994, 120(11): 2381—2404.
- [5] RAJAPAKSE R K N D, SENJUNTICHA T. Dynamic response of a multi-layered poroelastic medium[J]. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, 1995, 24(5): 703—722.
- [6] 蔡袁强, 占宏, 郑灶烽, 等. 横观各向同性饱和土体振动分析[J]. **岩土力学**, 2005, 26(12): 1917—1920.
CAI Yuan-qiang, ZHAN Hong, ZHENG Zao-feng, et al. Vibration analysis of transversely isotropic saturated soils[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(12): 1917—1920.
- [7] DOMENICO S N. Effect of water saturation on seismic reflectivity of sand reservoirs encased in shale[J]. **Geophysics**, 1974, 39(6): 759.
- [8] VARDOULAKIS I, BESKOS D E. Dynamic behavior of nearly saturated porous media[J]. **Mechanics of Materials**, 1986, 5(1): 87—108.
- [9] 黄义, 张引科. 非饱和土本构关系的混合物理论 (II)——线性本构方程和场方程[J]. **应用数学和力学**, 2003, 24(2): 124—137.
HUANG Yi, ZHANG Yin-ke. Constitutive relation of unsaturated soil by use of the mixture theory (II)—linear constitutive equations and field equations[J]. **Applied Mathematics and Mechanics**, 2003, 24(2): 124—137.
- [10] 蔡袁强, 李保忠, 徐长节. 两种不混溶流体饱和岩石中弹性波的传播[J]. **岩石力学与工程学报**, 2006, 25(10): 2009—2016.
CAI Yuan-qiang, LI Bao-zhong, XU Chang-jie. Analysis of elastic wave propagation in sandstone saturated by two immiscible fluids[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2006, 25(10): 2009—2016.
- [11] 徐长节, 史焱永. 非饱和土中波的传播特性[J]. **岩土力学**, 2004, 25(3): 354—358.
XU Chang-jie, SHI Yan-yong. Characteristics of wave propagation in unsaturated soils[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25(3): 354—358.
- [12] 弗雷德隆德 D G, 拉哈尔佐 H. 非饱和土土力学[M]. 陈仲颐, 张在明, 陈愈炯, 等译. 北京: 中国建筑工业出版社, 1997.
- [13] BROOKS R H, COREY A T. Hydraulic properties of porous media[C]//Hydraulic Paper 3. Fort Collins: Colorado State University, 1964: 3—27.

- [14] 陈龙珠, 陈胜立, 梁发云. 饱和地基竖向振动的衰减特性[J]. 上海交通大学学报, 2002, 36(3): 376—381.
CHEN Long-zhu, CHEN Sheng-li, LIANG Fa-yun. Vibration attenuation of saturated strata by vertical surface loads[J]. **Journal of Shanghai Jiaotong University**, 2002, 36(3): 376—381.
- [15] BOLZON G, SCHREFLER B A, ZIENKIEWICZ O C. Elastoplastic soil constitutive laws generalized to partially saturated states[J]. **Geotechnique**, 1996, 46(2): 279—289.
- [16] 陈国兴, 谢君斐, 张克绪. 土的动模量和阻尼比的经验估计[J]. 地震工程与工程振动, 1995, 15(1): 73—84.
CHEN Guo-xing, XIE Jun-fei, ZHANG Ke-xu. The empirical evaluation of soil moduli and damping ratio for dynamic analysis[J]. **Earthquake Engineering and Engineering Vibration**, 1995, 15(1): 73—84.
- [17] 尚守平, 熊伟, 杜运兴, 等. 饱和场地土动力特性试验研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(1): 23—27.
SHANG Shou-ping, XIONG Wei, DU Yun-xing, et al. Experimental study of dynamic characteristics of saturated soils[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(1): 23—27.
- [18] 蔡袁强, 孟楷, 徐长节. 成层地基在轴对称荷载下的稳态振动分析[J]. 岩土力学, 2004, 25(12): 1994—1998.
CAI Yuan-qiang, MENG Kai, XU Chang-jie. Steady-state vibration analysis of layered saturated soils under axisymmetric cyclic loading[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25(12): 1994—1998.